

**11. évfolyam**  
**Javítóvizsga – felkészülést segítő feladatok**

**Hatványozás, gyökvonás:**

Hozd egyszerűbb alakra a következő kifejezéseket!

1. 
$$\frac{(x^2 \cdot y^5)^{-3} \cdot (x^3 \cdot y^4)^4}{x^5 \cdot y} =$$

2. 
$$\frac{\sqrt{x^5} \cdot \sqrt{x^3}}{\sqrt{x^4}} =$$

3. 
$$\frac{\sqrt[4]{x^3} \cdot x^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{x} \cdot x^{\frac{-5}{12}}} =$$

**Exponenciális:**

Oldd meg az alábbi exponenciális egyenleteket és egyenletrendszert a valós számok halmazán!

4. 
$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{4}{8^x}$$

5. 
$$\frac{2}{\sqrt{8}} = 4^x \cdot 16$$

6. 
$$3^{2x-1} - 1 = 0$$

7. 
$$25 \cdot 5^{x+1} + 4 \cdot 5^x + 5^{x-1} = 646$$

8. 
$$3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = \frac{40}{3}$$

9. 
$$3^x - 3^{x-2} = 24$$

10. 
$$9^x - 6 \cdot 3^x = 27$$

11. 
$$4^{2x+1} = 65 \cdot 4^{x-1} - 1$$

12. 
$$10 \cdot 2^x - 4^x = 16$$

13. 
$$4^{x+\frac{1}{2}} + 31 \cdot 2^{x-1} = 4$$

14. 
$$5^x = 5^{x-1} + 4^x + 2^{2x-2}$$

**Logaritmus:**

Oldd meg az alábbi logaritmosos egyenleteket és egyenletrendszert a valós számok halmazán!

15. 
$$\lg 2x = 3 - \lg 50$$

16. 
$$\lg(x - 0,999) = \frac{\lg 1000}{\lg 0,1}$$

17. 
$$\lg(x + 11) = 2 \lg(2x + 1)$$

18. 
$$\lg(x - 5) + \lg(2x - 3) + 2 = 2 \lg 30$$

19. 
$$\log_a \frac{(a^2)^3 \cdot (a^{-4})^5 \cdot a^{16}}{a^2} \quad a > 0, a \neq 1$$

20. 
$$3 \cdot \lg 15 + 2 \cdot \lg 2 + \lg 14 - \lg 21 - \lg 9 = \lg x$$

## Logaritmus, exponenciális szöveges feladatok

21. Péter az előző táblázat adatai alapján olyan matematikai modellt alkotott, amely az elektromos autók számát exponenciálisan növekedőnek tekinti. E szerint, ha a 2012 óta eltelt évek száma  $x$ , akkor az elektromos autók számát (millió darabra) megközelítőleg az  $f(x) = 0,122 \cdot 2^{0,822x}$  összefüggés adja meg. A modell alapján számolva melyik évben érheti el az elektromos autók száma a 25 millió darabot?
22. Egy 2014 végén készült előrejelzés szerint az Indiában élő tigrisek  $t$  száma az elkövetkezendő években (az egyes évek végén) megközelítőleg a következő összefüggés szerint alakul  $f(x) = 3600 \cdot 0,854^x$ , ahol  $x$  a 2014 óta eltelt évek számát jelöli.
- a) Számítsa ki, hogy az előrejelzés alapján 2016 végére hány százalékkal csökken a tigrisek száma a 2014-es év végi adathoz képest!
- b) Melyik évben várható, hogy a tigrisek száma 900 alá csökken?
23. Amerikai kutatók 104 labrador genetikai elemzése alapján felállítottak egy egyenletet, amellyel (a kutya 3 hónapos korától) megmondható, milyen korú az adott kutya emberévekben. A kutya valódi életkorát években mérve jelölje  $K$ , ekkor az emberévekben kifejezett életkort ( $E$ ) az alábbi képlettel kapjuk:  $E = 37 \cdot \lg K + 31$  (ahol  $K > 0,25$ ).
- a) Egy kutya emberévekbe átszámított életkora  $E = 70$  év. Hány év, hány hónap ennek a kutyának a valódi életkora? Válaszát egész hónapra kerekítve adja meg! Egy másik átszámítás szerint – a kutya 3 éves korától kezdve – az emberévekben kifejezett életkor az  $e = 5,5 \cdot K + 12$  képlettel kapható meg (ahol  $K > 3$ ).
- b) Számítsa ki egy  $K = 8$  éves labrador esetén az emberévekben kifejezett életkort mindkét képlettel! Az amerikai kutatók képletéből kiszámított érték hány százalékkal nagyobb, mint a másik képletből kiszámított érték?

## Trigonometria:

24. Egy általános háromszög egyik oldala 8 cm, másik oldala 12 cm. Területe:  $24 \text{ cm}^2$ . Mekkora a háromszög hiányzó oldala és a kerülete, mekkorák a szögei?
25. Adott egy általános háromszög egyik oldala 17 cm és a vele szemközti szöge  $30^\circ$ . A háromszög másik oldala 13 cm. Számítsa ki a háromszög hiányzó oldalát, szögeit, kerületét és területét!
26. Egy egyenlőszárú háromszög szárszöge  $30^\circ$ , a köré írható kör sugara: 12 cm. Határozd meg a háromszög oldalait, szögeit, kerületét, területét!
27. Egy szabályos tízszög területe:  $294 \text{ cm}^2$ . Határozd meg a tízszög oldalát, kerületét és beírt körének sugarát!
28. Egy 12 cm sugarú kör 10 cm hosszú ívéhez mekkora húr tartozik?
29. Egy derékszögű háromszög kerülete: 24 cm. Beírható körének sugara: 2 cm. Határozd meg a háromszög oldalait, szögeit, területét!

Oldd meg az alábbi trigonometrikus egyenleteket a valós számok halmazán!

30.  $\cos x = 0$

31.  $\sin x = 1$

32.  $\cos^2 x = 1$

33.  $\sin x = \frac{1}{2}$   $[0; \pi]$  intervallumon

34.  $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$   $[0; \pi]$  intervallumon

### Koordinátageometria:

35. Adott a derékszögű koordináta-rendszerben egy háromszög három csúcspontja!

$A(1;3)$ ,  $B(5;6)$  és  $C(-8;15)$

Határozd meg a következőket!

- $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{BC}$  (vektorok koordinátái)
- K (kerület)
- $F_{AB}$  (AB oldal felezőpontjának koordinátái)
- $H_{AC1}$ ;  $H_{AC2}$  (AC oldal harmadoló pontjainak koordinátái)
- S (háromszög súlypontja)
- AB (oldal egyenes egyenlete)

36. Adott a koordináta-rendszerben 2 egyenes egyenlete! **e:**  $3x - y = 16$  **f:**  $4x + 2y = 28$ . Add meg a két egyenes metszéspontjának koordinátáit!

37. Adott a koordináta-rendszerben két pont:  $G(4; 6)$  és  $H(8; 3)$ .

Add meg a következőket!

- A két ponton átmenő egyenes meredeksége
- Az egyenes y tengellyel alkotott metszéspontja
- Az egyenes egyenlete

38. Egy kör középpontja a koordináta-rendszer  $C(-7; 5)$  pontja, sugara pedig 9 egység.

- Írd fel a kör egyenletét!
- Az alábbi pont a körvonalon található-e? (Számítással igazold!)  $P(-3; 6)$